

# **Ambientalització curricular: matemàtiques i tècniques quantitatives**

---

Josep M<sup>a</sup> Vegara  
Director de l'IEMB

DT 2/2000

DOCUMENTS DE TREBALL és una publicació de l'Institut d'Estudis Metropolitans de Barcelona.

La reproducció total o parcial d'aquest article per qualsevol procediment, compresa la reprografia, és prohibida sense l'autorització de l'autor.

Les opinions expressades en DOCUMENTS DE TREBALL són d'exclusiva responsabilitat dels seus autors.

## **Ambientalització curricular: matemàtiques i tècniques quantitatives<sup>1</sup>**

L'objectiu de l'ambientalització curricular consisteix en introduir temes mediambientals en el temari i el contingut de les assignatures, amb la finalitat de difondre'ls de forma relacionada amb el contingut de les assignatures.

---

### **Contingut**

Tema 1. Avaluació dels inputs totals

Tema 2. La petjada ecològica

Annex

Referències bibliogràfiques

---

<sup>1</sup> Universitat de Girona. Novembre del 2000

# TEMA 1. AVALUACIÓ DELS INPUTS TOTALS

## Introducció

Considerar les quantitats següents, en termes físics:

$X_j$  ( $j=1,2$ ) producció total de  $j$ ;  
 $X_{ij}$  ( $i=1,2; j=1,2$ ) la quantitat de  $i$  necessària com input per produir  $X_j$ ;  
 $D_i$  ( $i=1,2$ ) la demanda final de  $i$ .

El balanç físic de cada producte és: 
$$\left. \begin{aligned} X_1 - (X_{11} + X_{12}) &= D_1 \\ X_2 - (X_{21} + X_{22}) &= D_2 \end{aligned} \right\}$$

O sigui: 
$$\left. \begin{aligned} X_1 - \left( \frac{X_{11}}{X_1} X_1 + \frac{X_{12}}{X_2} X_2 \right) &= D_1 \\ X_2 - \left( \frac{X_{21}}{X_1} X_1 + \frac{X_{22}}{X_2} X_2 \right) &= D_2 \end{aligned} \right\}$$

Equació que si  $(X_{ij}/X_j)$  es considera constant - i es designa per  $a_{ij}$ , es pot escriure:

$$\left. \begin{aligned} X_1 - (a_{11}X_1 + a_{12}X_2) &= D_1 \\ X_2 - (a_{21}X_1 + a_{22}X_2) &= D_2 \end{aligned} \right\}$$

Aquesta és l'expressió més senzilla del model input/output. La hipòtesi formulada és equivalent a:  $X_{ij}=a_{ij}X_j$ , és a dir, a afirmar que la quantitat de  $i$  necessària per produir  $X_j$  és proporcional.

En notació matricial:  $X - A X = D$

Introduïm seguidament el treball.

Segui:

$L_j$ ,  $j = (1, 2)$ , la quantitat de treball necessària, a més dels inputs materials,  $a_{ij}$ , per produir  $X_j$ .

$L_t$  és la quantitat total de treball necessària per produir  $(X_1, X_2)$

És a dir, si  $L$  és el vector:  $L' = (L_1, L_2)$

resulta  $L_t = L' X$

## Inputs directes, indirectes

Ens proposem calcular la producció total necessària per satisfer una demanda final unitària, d'un producte concret. Sigui  $X_k$  el vector de les produccions totals necessàries per obtenir una unitat neta de demanda final.

Per definició

$$x^1 - Ax^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{Bmatrix}; x^2 - Ax^2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{Bmatrix}; \dots; x^n - Ax^n = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{Bmatrix};$$

I agrupant:

$$\{x^1, x^2, \dots, x^n\} - A\{x^1, x^2, \dots, x^n\} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & 0 \\ & 1 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & \cdot \\ 0 & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

i utilitzant la notació:

$$\{x^1, x^2, \dots, x^n\} = X$$
$$X - AX = I$$

És a dir:  $X = (I - A)^{-1}$

La matriu  $(I - A)^{-1}$  es denomina matriu de Leontieff i les seves columnes expressen la producció total necessària per obtenir una unitat del producte corresponent a la columna.

La matriu de Leontieff té el següent desenvolupament en sèrie:

$$X = (I - A)^{-1} = I + A + A^2 + \dots + A^k + \dots = I + A + M$$

és a dir:

I és la unitat de producció neta

A són els inputs directes

M són els inputs indirectes

### **Estructura de la economia, pol·lució i activitats anticontaminants**

Consideri's un model input/output, expressió d'una economia reduïda a dos sectors:

$$X_1 - (0,25X_1 + 0,40X_2) = D_1$$

$$X_2 - (0,14X_1 + 0,12X_2) = D_2$$

Sigui el vector  $L = (L_1 \ L_2)$  les necessitats unitàries de treball.

O, en termes matricials comuns:  $X - AX = D$ .

$$L_t = L'X$$

Agreguem l'expressió d'una activitat que genera pol·lució (identificada per mitjà del subíndex 3): una unitat de 1 genera =0,5 unitats de 3 i una de 2 produeix 0,2. Així doncs, la producció de pol·lució pren l'expressió:

$$X_3 = 0,5X_1 + 0,2X_2$$

Expressem que el sistema es compensa amb una activitat antipol·lució que consumeix 0,2 unitats per unitat de 3. El nou model pren la forma:

$$X_1 - (0,25X_1 + 0,40X_2) = D_1$$

$$X_2 - (0,14X_1 + 0,12X_2 + 0,2X_3) = D_2$$

$$X_3 - (0,50X_1 + 0,20X_2) = 0,0$$

$$L_t = 2,0X_1 + 3,0X_2 + 4,0X_3$$

## PROBLEMA 1.1

### Inputs directes i totals

$$A = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,7 \\ 0,6 & 0,3 \end{bmatrix}$$

La inversa de Leontieff es:  $(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 5,0 & 5,0 \\ 4,28 & 5,71 \end{bmatrix}$

Calcular els inputs directes, indirectes i totals

---

## TEMA 2. LA PETJADA ECOLÒGICA

La petjada ecològica ha estat definida com "el territori ecològicament productiu (terra conreable, pastures, boscos, mars i zones d'absorció de CO<sub>2</sub> necessàries per produir els recursos utilitzats així com per processar els residus generats per una població humana determinada en el marc d'un estàndar de vida material" (Rees; Wackernagel, 1996). La petjada, a efectes comparatius, es calcula en termes per càpita.

Les necessitats de territori deriven dels nivells de producció ; en alguns casos l'impacte deriva directament del consum, com és el cas dels residus domèstics. Un exemple extrem és el sector productor d'acer: la seva producció genera diversos impactes ambientals que generen una petjada ecològica; el consum d'acer, pel contrari, és inexistent.

La producció d'aliments es destina al consum directe però una part va a parar a la indústria conservera que precisa materials pels envasos.

### Anàlisi d'un cas simple

Considerem un exemple simple, amb dos impactes:

- a) Terra per produir aliments : Sf
- b) Superfície de boscos per absorbir CO<sub>2</sub> : Sv.

El càlcul en un marc input/output és el següent:

#### a) Aliments

Sigui  $S = (S_1 \ S_2)$  el vector en el que  $S_j$  és la superfície de terra necessària per produir una unitat d'aliments, j. sigui Sf la superfície total necessària per produir **X**. Així doncs:

$$Sf = S' X = S' (I - A)^{-1} D$$

#### a) Absorció de CO<sub>2</sub> : Sv

Sigui **e** el vector els coeficients del qual expressen el contingut energètic per unitat de producció i **c** expressa les emissions de CO<sub>2</sub> per unitat energètica. El coeficient **v** mesura la superfície forestal necessària per absorbir una unitat de CO<sub>2</sub>; Sv expressa la superfície forestal total.

$$Sv = v c e X$$

$$Sv = v c e (I - A)^{-1} D$$

Així doncs, la petjada ecològica és igual a  $He = (Sf + Sv)/H$ , essent H la població.



## Exemple numèric

Càlcul de Sf. Considerem un exemple numèric simple.

**A** és la matriu de coeficients directes, relatius a la producció de bens d'alimentació.

**D** és el vector de consum d'alimentació.

**X** és el vector dels nivells de producció.

**S** és el vector que mesura l'ús de terra productiva per unitat de producció d'aliments.

$$A = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,7 \\ 0,6 & 0,3 \end{bmatrix} \quad S = \{1,0 \quad 2,0\} \quad D = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

La inversa de Leontieff és:  $(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 5,0 & 5,0 \\ 4,28 & 5,71 \end{bmatrix}$

Els nivells de producció són:  $X = (I - A)^{-1} D = \begin{pmatrix} 1.100 \\ 1.670 \end{pmatrix}$

La utilització total de terra per produir aliments és:

$$Sf = S_1 X_1 + S_2 X_2 = 4.440$$

## PROBLEMA 2.1

### Ratio de superfícies

És freqüent comparar la petjada ecològica (definida en termes de superfície total), **He**, amb la superfície administrativa, **S**. Sigui **H** la població total. El ratio de superfícies serà doncs igual a  $He/S$ .

Obtenir el ratio de superfícies en funció de la petjada ecològica (per càpita) i de la densitat de població; discutir el seu significat i de què constitueix un indicador.

## ANNEX

### *Ecological Footprints of Different Regions around the World*

| Author  | Municip. or Region and year of calculation            | Pop.   | Extent in hectares | Number of times the region |
|---|---|--|--------------------|----------------------------|
| William Rees, British Columbia University & Mathis Wackernagel, Anáhuac University, Xalapa. | Vancouver Region (Canada), 1991.                      | 1.800.000  | 400.000            | 19                         |
| Rod Simpson, Griffith University, Austràlia.  | South-East Queensland Region 1991.                    | 1.850.000  | 2.220.000          | 3                          |
| Mathis Wackernagel, Anáhuac University, Xalapa.   | Gran Santiago de Chile Region, 1992.                  | 4.756.665  | 791.580            | 16                         |
| Herbert Girardet, Middlesex University, U.K.  | London Megacity, 1995.                                | 7.000.000  | 159.000            | 125                        |
| Mis. Lantsmewer, Munich City Council, Germany.  | Munich, 1996.   | 1.300.000  | 31.000             | 145                        |
| Maija Hakanen, Finnish Association of Local and Regional Authorities.                       | Mikkeli, Koulova, Tampere and Helsinki Regions, 1996. | 32.000 a Mikkeli<br>22.000 a la resta de regions |                    |                            |
| Anna Prat, <i>Barcelona City Council.</i>   | City of Barcelona, 1996.                              | 1.508.805  | 9.907              | 457-533                    |

*Font:* Ferran Relea i Ginés (Director) & Anna Prat i Noguera. *the Ecological Footprint of Barcelona. An Approximation.* Ajuntament de Barcelona. Setembre, 1998

## **BIBLIOGRAFIA**

MANRESA A., SANCHO F. (1997), "L'anàlisi medioambiental i la taula input-output: càlculs d'energia i emissions de CO<sub>2</sub> per a l'economia de Catalunya", *Revista de la Comissió de Medi Ambient i Serveis Urbans de l'Ajuntament de Barcelona*, 3:1-23.

MANRESA A., SANCHO F., VEGARA J. M<sup>a</sup>. (1998), "Measuring Commodities. Commodity Content", *Economic System Research*, 10:4.

REES W., WACKERNAGEL M. (1996), *Our Ecological Footprint. The New Catalyst*, Bioregional series, Canada.

VEGARA, JOSEP M<sup>a</sup> (1978), *Economía política y modelos multisectoriales*, Tecnos, Madrid, 1978.

---